

पेपर-1  
PAPER-1

CODE

1

PART I : PHYSICS

SECTION – 1 : (Only One option correct Type)

खण्ड – 1 : (केवल एक सही विकल्प प्रकार)

This section contains 10 multiple choice questions. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONLY ONE** is correct.

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से केवल एक सही है।

1. The diameter of a cylinder is measured using a Vernier callipers with no zero error. It is found that the zero of the Vernier scale lies between 5.10 cm and 5.15 cm of the main scale. The Vernier scale has 50 divisions equivalent to 2.45 cm. The 24<sup>th</sup> division of the Vernier scale exactly coincides with one of the main scale divisions. The diameter of the cylinder is

(A) 5.112 cm (B) 5.124 cm (C) 5.136 cm (D) 5.148 cm

एक बेलन का व्यास मापने के लिए शून्य त्रुटि रहित एक वर्नियर कैलिपर्स का उपयोग होता है। मापने के दौरान वर्नियर पैमाने का शून्य, मुख्य पैमाने के 5.10 cm और 5.15 cm के बीच में पाया जाता है। वर्नियर पैमाने के 50 भाग 2.45 cm के तुल्य हैं। इस वर्नियर पैमाने का चौबीसवाँ (24<sup>th</sup>) भाग मुख्य पैमाने के एक भाग से सटीक संपाती होता है। बेलन का व्यास है :

(A) 5.112 cm (B) 5.124 cm (C) 5.136 cm (D) 5.148 cm

ANSWER : B

2. A ray of light travelling in the direction  $\frac{1}{2}(\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j})$  is incident on a plane mirror. After reflection, it travels along the direction  $\frac{1}{2}(\hat{i} - \sqrt{3}\hat{j})$ . The angle of incidence is

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

एक समतल दर्पण पर आपतित प्रकाश किरण की प्रगामी दिशा  $\frac{1}{2}(\hat{i} + \sqrt{3}\hat{j})$  है। परावर्तन के बाद प्रगामी दिशा  $\frac{1}{2}(\hat{i} - \sqrt{3}\hat{j})$  हो जाती है। किरण का आपतन कोण है :

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

ANSWER : A

3. In the Young's double slit experiment using a monochromatic light of wavelength  $\lambda$ , the path difference (in terms of an integer  $n$ ) corresponding to any point having half the peak intensity is

(A)  $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$       (B)  $(2n+1)\frac{\lambda}{4}$       (C)  $(2n+1)\frac{\lambda}{8}$       (D)  $(2n+1)\frac{\lambda}{16}$

एक यंग द्वि-स्लिट प्रयोग में  $\lambda$  तरंग-दैर्घ्य के एकवर्णी प्रकाश का प्रयोग किया जाता है। ऐसे बिन्दु का जिस पर प्रकाश की तीव्रता शिखर तीव्रता की आधी है, पथान्तर है (पूर्णांक  $n$  के पदों में) :

(A)  $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$       (B)  $(2n+1)\frac{\lambda}{4}$       (C)  $(2n+1)\frac{\lambda}{8}$       (D)  $(2n+1)\frac{\lambda}{16}$

**ANSWER : B**

4. Two non-reactive monoatomic ideal gases have their atomic masses in the ratio 2 : 3. The ratio of their partial pressures, when enclosed in a vessel kept at a constant temperature, is 4 : 3. The ratio of their densities is

(A) 1 : 4      (B) 1 : 2      (C) 6 : 9      (D) 8 : 9

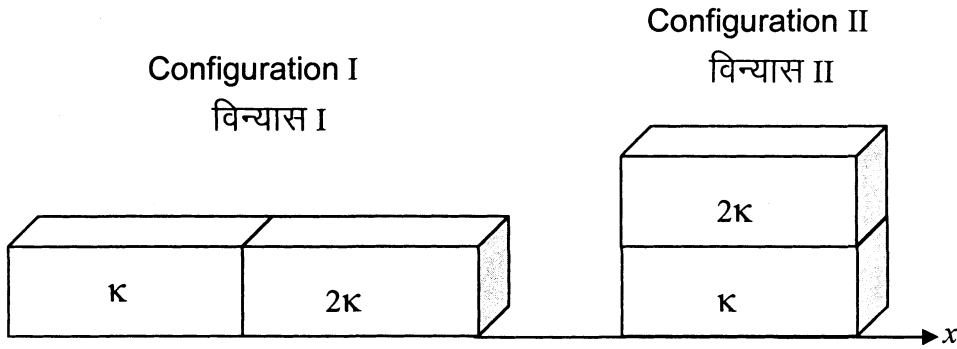
दो अनभिक्रियाशील एक-परमाणुक आदर्श गैसों का परमाणु द्रव्यमान 2 : 3 के अनुपात में है। जब इनको एक स्थिरतापीय बर्तन में परिवर्द्ध किया जाता है, तब इनके आंशिक दाबों का अनुपात 4 : 3 है। इनके घनत्व का अनुपात है :

(A) 1 : 4      (B) 1 : 2      (C) 6 : 9      (D) 8 : 9

**ANSWER : D**

5. Two rectangular blocks, having identical dimensions, can be arranged either in configuration I or in configuration II as shown in the figure. One of the blocks has thermal conductivity  $\kappa$  and the other  $2\kappa$ . The temperature difference between the ends along the  $x$ -axis is the same in both the configurations. It takes  $9\text{ s}$  to transport a certain amount of heat from the hot end to the cold end in the configuration I. The time to transport the same amount of heat in the configuration II is

दो समरूपी आयताकार गुटकों को दर्शाये चित्रानुसार दो विन्यासों I और II में व्यवस्थित किया गया है। गुटकों की ऊष्मा चालकता  $\kappa$  व  $2\kappa$  है। दोनों विन्यासों में  $x$ -अक्ष के दोनों छोरों पर तापमान का अन्तर समान है। विन्यास I में, ऊष्मा की एक निश्चित मात्रा गरम छोर से ठंडे छोर तक अभिगमन में  $9\text{ s}$  लेती है। विन्यास II में, समान मात्रा की ऊष्मा के अभिगमन के लिए समय है :



- (A)  $2.0\text{ s}$   
(C)  $4.5\text{ s}$

- (B)  $3.0\text{ s}$   
(D)  $6.0\text{ s}$

**ANSWER : A**

6. A pulse of light of duration  $100 \text{ ns}$  is absorbed completely by a small object initially at rest. Power of the pulse is  $30 \text{ mW}$  and the speed of light is  $3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ . The final momentum of the object is

- (A)  $0.3 \times 10^{-17} \text{ kg ms}^{-1}$  (B)  $1.0 \times 10^{-17} \text{ kg ms}^{-1}$   
(C)  $3.0 \times 10^{-17} \text{ kg ms}^{-1}$  (D)  $9.0 \times 10^{-17} \text{ kg ms}^{-1}$

एक छोटी वस्तु, जो प्रारम्भ में विराम अवस्था में है, प्रकाश की  $100 \text{ ns}$  की एक स्पंद को पूर्णतया अवशोषित करती है। स्पंद की शक्ति  $30 \text{ mW}$  है व प्रकाश की गति  $3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$  है। वस्तु का अंतिम संवेग है :

- (A)  $0.3 \times 10^{-17} \text{ kg ms}^{-1}$  (B)  $1.0 \times 10^{-17} \text{ kg ms}^{-1}$   
(C)  $3.0 \times 10^{-17} \text{ kg ms}^{-1}$  (D)  $9.0 \times 10^{-17} \text{ kg ms}^{-1}$

**ANSWER : B**

7. A particle of mass  $m$  is projected from the ground with an initial speed  $u_0$  at an angle  $\alpha$  with the horizontal. At the highest point of its trajectory, it makes a completely inelastic collision with another identical particle, which was thrown vertically upward from the ground with the same initial speed  $u_0$ . The angle that the composite system makes with the horizontal immediately after the collision is

- (A)  $\frac{\pi}{4}$  (B)  $\frac{\pi}{4} + \alpha$  (C)  $\frac{\pi}{2} - \alpha$  (D)  $\frac{\pi}{2}$

एक  $m$  द्रव्यमान के कण को प्रारंभिक गति  $u_0$  से क्षैतिज से  $\alpha$ -कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। यह कण प्रक्षेप्य पथ के उच्चतम बिन्दु पर एक समान द्रव्यमान के कण के साथ पूर्णतः अप्रत्यास्थ संघट्ट करता है, जो कि भूतल से ऊर्ध्वाधर दिशा में समान प्रारंभिक गति  $u_0$  से फेंका गया था। संयुक्त निकाय संघट्ट के तत्काल बाद क्षैतिज से निम्न कोण बनाएगा :

- (A)  $\frac{\pi}{4}$  (B)  $\frac{\pi}{4} + \alpha$  (C)  $\frac{\pi}{2} - \alpha$  (D)  $\frac{\pi}{2}$

**ANSWER : A**

8. The work done on a particle of mass  $m$  by a force,  $K \left[ \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \hat{i} + \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \hat{j} \right]$

( $K$  being a constant of appropriate dimensions), when the particle is taken from the point  $(a, 0)$  to the point  $(0, a)$  along a circular path of radius  $a$  about the origin in the  $x$ - $y$  plane is

- (A)  $\frac{2K\pi}{a}$  (B)  $\frac{K\pi}{a}$   
(C)  $\frac{K\pi}{2a}$  (D) 0

एक बल,  $K \left[ \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \hat{i} + \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \hat{j} \right]$  ( $K$  एक उचित विमा का स्थिरांक है), एक  $m$

द्रव्यमान के कण को  $(a, 0)$  बिन्दु से  $(0, a)$  बिन्दु तक एक  $a$  त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर ले जाता है, जिसका केन्द्र  $x$ - $y$  तल का मूल बिन्दु है। इस बल द्वारा किया गया कार्य निम्न है:

- (A)  $\frac{2K\pi}{a}$  (B)  $\frac{K\pi}{a}$   
(C)  $\frac{K\pi}{2a}$  (D) 0

ANSWER : D

9. One end of a horizontal thick copper wire of length  $2L$  and radius  $2R$  is welded to an end of another horizontal thin copper wire of length  $L$  and radius  $R$ . When the arrangement is stretched by applying forces at two ends, the ratio of the elongation in the thin wire to that in the thick wire is

(A) 0.25 (B) 0.50 (C) 2.00 (D) 4.00

एक  $2L$  लम्बाई व  $2R$  त्रिज्या के मोटे क्षैतिज तार के एक सिरे को  $L$  लम्बाई व  $R$  त्रिज्या वाले एक पतले क्षैतिज तार से वेल्डिंग के द्वारा जोड़ा गया है। इस व्यवस्था के दोनों सिरों पर बल लगाकर ताना जाता है। पतले व मोटे तारों में दैर्घ्यवृद्धि का अनुपात निम्न है :

(A) 0.25 (B) 0.50 (C) 2.00 (D) 4.00

**ANSWER : C**

10. The image of an object, formed by a plano-convex lens at a distance of  $8\text{ m}$  behind the lens, is real and is one-third the size of the object. The wavelength of light inside the lens is  $\frac{2}{3}$  times the wavelength in free space. The radius of the curved surface of the lens is

(A)  $1\text{ m}$  (B)  $2\text{ m}$  (C)  $3\text{ m}$  (D)  $6\text{ m}$

एक समतल उत्तल लेंस एक वास्तविक प्रतिबिंब लेंस के  $8\text{ m}$  पीछे बनाता है जो कि वस्तु के आकार का एक-तिहाई है। लेंस के अन्दर प्रकाश की तरंगदैर्घ्य निर्वात की तरंगदैर्घ्य से  $\frac{2}{3}$  गुना है। लेंस के गोलीय वक्रित पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या है :

(A)  $1\text{ m}$  (B)  $2\text{ m}$  (C)  $3\text{ m}$  (D)  $6\text{ m}$

**ANSWER : C**

**SECTION – 2 : (One or more options correct Type)****खण्ड – 2 : (एक या अधिक सही विकल्प प्रकार)**

This section contains **5 multiple choice questions**. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONE or MORE** are correct.

इस खण्ड में 5 बहुविकल्प प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या अधिक सही हैं ।

11. A horizontal stretched string, fixed at two ends, is vibrating in its fifth harmonic according to the equation,  $y(x, t) = (0.01 \text{ m}) \sin [(62.8 \text{ m}^{-1}) x] \cos [(628 \text{ s}^{-1})t]$ . Assuming  $\pi = 3.14$ , the correct statement(s) is (are)

- (A) The number of nodes is 5.
- (B) The length of the string is  $0.25 \text{ m}$ .
- (C) The maximum displacement of the midpoint of the string, from its equilibrium position is  $0.01 \text{ m}$ .
- (D) The fundamental frequency is  $100 \text{ Hz}$ .

दोनों सिरों पर परिबद्ध क्षैतिज तनित डोरी पाँचवीं गुणावृत्ति समीकरण  $y(x, t) = (0.01 \text{ m}) \sin [(62.8 \text{ m}^{-1}) x] \cos [(628 \text{ s}^{-1})t]$  द्वारा कंपित हो रही है । यदि  $\pi = 3.14$  माना जाय तब निम्न प्रकथन सही है/हैं

- (A) निस्पंदों की संख्या 5 है ।
- (B) डोरी की लम्बाई  $0.25 \text{ m}$  है ।
- (C) साम्यावस्था से डोरी के मध्यबिन्दु का अधिकतम विस्थापन  $0.01 \text{ m}$  है ।
- (D) मूल आवृत्ति  $100 \text{ Hz}$  है ।

**ANSWER : BC**

12. A solid sphere of radius  $R$  and density  $\rho$  is attached to one end of a mass-less spring of force constant  $k$ . The other end of the spring is connected to another solid sphere of radius  $R$  and density  $3\rho$ . The complete arrangement is placed in a liquid of density  $2\rho$  and is allowed to reach equilibrium. The correct statement(s) is (are)

- (A) the net elongation of the spring is  $\frac{4\pi R^3 \rho g}{3k}$ .
- (B) the net elongation of the spring is  $\frac{8\pi R^3 \rho g}{3k}$ .
- (C) the light sphere is partially submerged.
- (D) the light sphere is completely submerged.

एक त्रिज्या  $R$  व घनत्व  $\rho$  वाले ठोस गोलक को एक द्रव्यमान रहित स्प्रिंग के एक सिरे से जोड़ा गया है। इस स्प्रिंग का बल नियतांक  $k$  है। स्प्रिंग के दूसरे सिरे को दूसरे ठोस गोलक से जोड़ा गया है जिसकी त्रिज्या  $R$  व घनत्व  $3\rho$  है। पूर्ण विन्यास को  $2\rho$  घनत्व के द्रव में रखा जाता है और इसको साम्यावस्था में पहुँचने दिया जाता है। सही प्रकथन है/हैं

- (A) स्प्रिंग की नेट दैर्घ्यवृद्धि  $\frac{4\pi R^3 \rho g}{3k}$  है।
- (B) स्प्रिंग की नेट दैर्घ्यवृद्धि  $\frac{8\pi R^3 \rho g}{3k}$  है।
- (C) हल्का गोलक आंशिक रूप से डूबा हुआ है।
- (D) हल्का गोलक पूर्ण रूप से डूबा हुआ है।

**ANSWER : AD**

13. A particle of mass  $M$  and positive charge  $Q$ , moving with a constant velocity  $\vec{u}_1 = 4\hat{i} \text{ ms}^{-1}$ , enters a region of uniform static magnetic field normal to the  $x$ - $y$  plane. The region of the magnetic field extends from  $x=0$  to  $x=L$  for all values of  $y$ . After passing through this region, the particle emerges on the other side after 10 milliseconds with a velocity  $\vec{u}_2 = 2(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}) \text{ ms}^{-1}$ . The correct statement(s) is (are)

- (A) The direction of the magnetic field is  $-z$  direction.  
 (B) The direction of the magnetic field is  $+z$  direction.  
 (C) The magnitude of the magnetic field  $\frac{50\pi M}{3Q}$  units.  
 (D) The magnitude of the magnetic field is  $\frac{100\pi M}{3Q}$  units.

एक  $M$  द्रव्यमान तथा  $Q$  धन आवेश का कण, जो  $\vec{u}_1 = 4\hat{i} \text{ ms}^{-1}$  के एकसमान वेग से गतिशील है, एकसमान स्थिर चुंबकीय क्षेत्र में प्रवेश करता है। यह चुंबकीय क्षेत्र  $x$ - $y$  तल के अभिलंबवत् है तथा इसका विस्तार क्षेत्र  $x=0$  से  $x=L$  तक प्रत्येक  $y$  के मान के लिए है। इस चुंबकीय क्षेत्र को यह कण 10 मिली सेकंड में पार कर दूसरी ओर  $\vec{u}_2 = 2(\sqrt{3}\hat{i} + \hat{j}) \text{ ms}^{-1}$  वेग से प्रकट होता है। सही प्रकथन है/हैं :

- (A) चुंबकीय क्षेत्र  $-z$  दिशा में है।  
 (B) चुंबकीय क्षेत्र  $+z$  दिशा में है।  
 (C) चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण  $\frac{50\pi M}{3Q}$  इकाई है।  
 (D) चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण  $\frac{100\pi M}{3Q}$  इकाई है।

**ANSWER : AC**

14. Two non-conducting solid spheres of radii  $R$  and  $2R$ , having uniform volume charge densities  $\rho_1$  and  $\rho_2$  respectively, touch each other. The net electric field at a distance  $2R$  from the centre of the smaller sphere, along the line joining the centres of the spheres, is zero. The ratio  $\frac{\rho_1}{\rho_2}$  can be

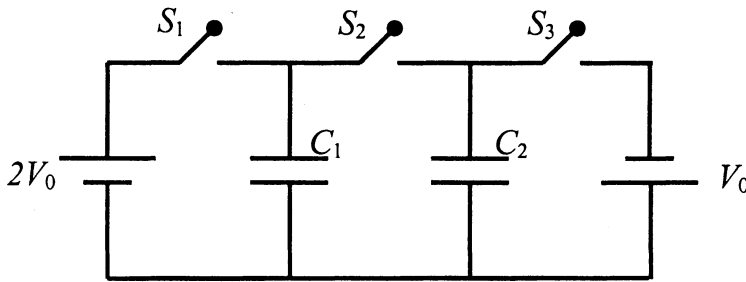
- (A)  $-4$  (B)  $-\frac{32}{25}$   
 (C)  $\frac{32}{25}$  (D)  $4$

दो  $R$  व  $2R$  त्रिज्या वाले अचालक ठोस गोलकों को जिन पर क्रमशः  $\rho_1$  तथा  $\rho_2$  एकसमान आयतन आवेश घनत्व है, एक दूसरे से स्पर्श करते हुए रखा गया है। दोनों गोलकों के केंद्रों से गुजरती हुई रेखा खींची जाती है। इस रेखा पर छोटे गोलक के केंद्र से  $2R$  दूरी पर नेट विद्युत क्षेत्र शून्य है। तब अनुपात  $\frac{\rho_1}{\rho_2}$  का मान हो सकता है :

- (A)  $-4$  (B)  $-\frac{32}{25}$   
 (C)  $\frac{32}{25}$  (D)  $4$

**ANSWER : BD**

15. In the circuit shown in the figure, there are two parallel plate capacitors each of capacitance  $C$ . The switch  $S_1$  is pressed first to fully charge the capacitor  $C_1$  and then released. The switch  $S_2$  is then pressed to charge the capacitor  $C_2$ . After some time,  $S_2$  is released and then  $S_3$  is pressed. After some time,
- (A) the charge on the upper plate of  $C_1$  is  $2CV_0$ .
  - (B) the charge on the upper plate of  $C_1$  is  $CV_0$ .
  - (C) the charge on the upper plate of  $C_2$  is 0.
  - (D) the charge on the upper plate of  $C_2$  is  $-CV_0$ .



चित्र में दर्शाये परिपथ में, दो समानान्तर प्लेटों वाले संधारित्रों में प्रत्येक की धारिता  $C$  है । प्रारंभ में स्विच  $S_1$  को दबाया जाता है ताकि संधारित्र  $C_1$  पूर्ण रूप से आवेशित हो जाए । इसके बाद  $S_1$  को छोड़ दिया जाता है । इसके पश्चात संधारित्र  $C_2$  को आवेशित करने के लिये स्विच  $S_2$  को दबाया जाता है । कुछ समय के बाद  $S_2$  को छोड़ दिया जाता है तथा  $S_3$  को दबाया जाता है । कुछ समय बाद

- (A)  $C_1$  की ऊपरी प्लेट पर  $2CV_0$  आवेश है ।
- (B)  $C_1$  की ऊपरी प्लेट पर  $CV_0$  आवेश है ।
- (C)  $C_2$  की ऊपरी प्लेट पर शून्य आवेश है ।
- (D)  $C_2$  की ऊपरी प्लेट पर  $-CV_0$  आवेश है ।

**ANSWER : BD**

## SECTION – 3 : (Integer value correct Type)

## खण्ड – 3 : (पूर्णांक मान सही प्रकार)

This section contains **5 questions**. The answer to each question is a **single digit integer**, ranging from 0 to 9 (*both inclusive*).

इस खण्ड में 5 प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एकल अंकीय पूर्णांक है ।

16. The work functions of Silver and Sodium are  $4.6$  and  $2.3 \text{ eV}$ , respectively. The ratio of the slope of the stopping potential versus frequency plot for Silver to that of Sodium is

चाँदी एवं सोडियम के कार्य फलन क्रमशः  $4.6$  व  $2.3 \text{ eV}$  हैं । चाँदी व सोडियम के निरोधी विभव एवं आवृत्ति के बीच ग्राफों के ढाल का अनुपात है

**ANSWER : 1**

17. A freshly prepared sample of a radioisotope of half-life  $1386 \text{ s}$  has activity  $10^3$  disintegrations per second. Given that  $\ln 2 = 0.693$ , the fraction of the initial number of nuclei (expressed in nearest integer percentage) that will decay in the first  $80 \text{ s}$  after preparation of the sample is

एक तुरंत तैयार किया हुआ रेडियो आइसोटोप प्रतिदर्श, जिसकी अर्ध-आयु  $1386 \text{ s}$  है, की सक्रियता  $10^3$  विघटन प्रति सेकंड है । यदि  $\ln 2 = 0.693$  है, तब प्रथम  $80 \text{ s}$  में विघटित नाभिकों व प्रारंभिक नाभिकों की संख्याओं का अनुपात (प्रतिशत निकटतम पूर्णांक में) है

**ANSWER : 4**

18. A particle of mass  $0.2 \text{ kg}$  is moving in one dimension under a force that delivers a constant power  $0.5 \text{ W}$  to the particle. If the initial speed (in  $\text{ms}^{-1}$ ) of the particle is zero, the speed (in  $\text{ms}^{-1}$ ) after  $5 \text{ s}$  is

एक  $0.2 \text{ kg}$  द्रव्यमान का कण एक बल के अन्तर्गत, जो कि एक नियत शक्ति  $0.5 \text{ W}$  कण को देता है, एक दिशा में गतिशील है। यदि कण की प्रारंभिक गति शून्य है तब  $5 \text{ s}$  बाद इसकी गति ( $\text{ms}^{-1}$  में) होगी :

**ANSWER : 5**

19. A uniform circular disc of mass  $50 \text{ kg}$  and radius  $0.4 \text{ m}$  is rotating with an angular velocity of  $10 \text{ rad s}^{-1}$  about its own axis, which is vertical. Two uniform circular rings, each of mass  $6.25 \text{ kg}$  and radius  $0.2 \text{ m}$ , are gently placed symmetrically on the disc in such a manner that they are touching each other along the axis of the disc and are horizontal. Assume that the friction is large enough such that the rings are at rest relative to the disc and the system rotates about the original axis. The new angular velocity (in  $\text{rad s}^{-1}$ ) of the system is

एक  $50 \text{ kg}$  व  $0.4 \text{ m}$  त्रिज्या की एकसमान डिस्क अपनी ऊर्ध्वाधर अक्ष के गिर्द  $10 \text{ rad s}^{-1}$  के कोणीय वेग से घूम रही है। दो एकसमान वृत्ताकार छल्ले धीरे से डिस्क पर सममित तरीके से एक दूसरे को छूते हुए इस प्रकार डिस्क तल पर रखे जाते हैं कि वे डिस्क के अक्ष को भी स्पर्श करें। प्रत्येक छल्ले का द्रव्यमान  $6.25 \text{ kg}$  व त्रिज्या  $0.2 \text{ m}$  है। इस निकाय का नया कोणीय वेग ( $\text{rad s}^{-1}$  में) निम्न होगा (मान लीजिये कि डिस्क एवम् छल्ले के बीच घर्षण इतना है कि डिस्क व छल्ले के बीच सापेक्ष गति शून्य है और निकाय मूल अक्ष पर घूर्णन कर रहा है) :

**ANSWER : 8**

20. A bob of mass  $m$ , suspended by a string of length  $l_1$ , is given a minimum velocity required to complete a full circle in the vertical plane. At the highest point, it collides elastically with another bob of mass  $m$  suspended by a string of length  $l_2$ , which is initially at rest. Both the strings are mass-less and inextensible. If the second bob, after collision acquires the minimum speed required to complete a full circle in the vertical plane, the ratio  $\frac{l_1}{l_2}$  is

एक  $m$  द्रव्यमान का गोलक  $l_1$  लम्बाई की डोरी से लटका हुआ है । इसे एक वेग दिया जाता है जो कि ऊर्ध्वाधर तल में एक वृत्त पूरा कराने के लिए न्यूनतम है । अपने उच्चतम बिन्दु पर यह गोलक दूसरे  $m$  द्रव्यमान के गोलक से प्रत्यास्थ संघट्ट करता है । दूसरा गोलक  $l_2$  लम्बाई की डोरी से लटका हुआ है तथा प्रारंभ में विरामावस्था पर है । दोनों डोरियाँ द्रव्यमान रहित व अविन्य हैं । यदि संघट्ट के बाद दूसरे गोलक को ऐसी गति प्राप्त होती है जो कि ऊर्ध्वाधर तल में पूर्ण वृत्त पूरा करने लिए न्यूनतम है, तब  $\frac{l_1}{l_2}$  का अनुपात है :

**ANSWER : 5**

## PART II : CHEMISTRY

### SECTION – 1 : (Only One option correct Type)

#### खण्ड – 1 : (केवल एक सही विकल्प प्रकार)

This section contains **10 multiple choice questions**. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONLY ONE** is correct.

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से केवल एक सही है ।

21. The compound that does **NOT** liberate  $CO_2$ , on treatment with aqueous sodium bicarbonate solution, is

- |                    |                           |
|--------------------|---------------------------|
| (A) Benzoic acid   | (B) Benzenesulphonic acid |
| (C) Salicylic acid | (D) Carboic acid (Phenol) |

यौगिक जो जलीय सोडियम बाइकार्बोनेट विलयन द्वारा अभिक्रिया कर  $CO_2$  नहीं देता है, वह है

- |                    |                            |
|--------------------|----------------------------|
| (A) बेन्जोइक अम्ल  | (B) बेन्जीनसल्फोनिक अम्ल   |
| (C) सेलिसिलिक अम्ल | (D) कारबोलिक अम्ल (फ़ीनॉल) |

**ANSWER : D**

22. Concentrated nitric acid, upon long standing, turns yellow-brown due to the formation of

- |          |            |            |              |
|----------|------------|------------|--------------|
| (A) $NO$ | (B) $NO_2$ | (C) $N_2O$ | (D) $N_2O_4$ |
|----------|------------|------------|--------------|

सांद्र नाइट्रिक अम्ल का काफी समय बाद पीले-भूरे रंग में परिवर्तित होना किसके बनने से होता है ?

- |          |            |            |              |
|----------|------------|------------|--------------|
| (A) $NO$ | (B) $NO_2$ | (C) $N_2O$ | (D) $N_2O_4$ |
|----------|------------|------------|--------------|

**ANSWER : B**

23. Methylene blue, from its aqueous solution, is adsorbed on activated charcoal at 25 °C. For this process, the correct statement is

- (A) The adsorption requires activation at 25 °C.
- (B) The adsorption is accompanied by a decrease in enthalpy.
- (C) The adsorption increases with increase of temperature.
- (D) The adsorption is irreversible.

25 °C तापमान पर एक जलीय विलयन से मेथिलिन ब्लू का सक्रियित चारकोल पर अधिशोषण किया गया । इस प्रक्रम के लिये सही कथन है

- (A) अधिशोषण को 25 °C पर सक्रियण की आवश्यकता होती है ।
- (B) अधिशोषण प्रक्रम में एन्थैल्पी घटती है ।
- (C) अधिशोषण तापमान बढ़ाने पर बढ़ता है ।
- (D) अधिशोषण अनुत्क्रमणीय है ।

**ANSWER : B**

24. Sulfide ores are common for the metals

- (A) *Ag, Cu* and *Pb* (B) *Ag, Cu* and *Sn* (C) *Ag, Mg* and *Pb* (D) *Al, Cu* and *Pb*

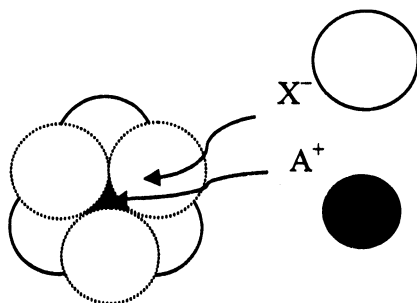
सामान्यतः सल्फाइड अयस्कों के रूप में पाए जाने वाले धातु हैं

- (A) *Ag, Cu* और *Pb* (B) *Ag, Cu* और *Sn* (C) *Ag, Mg* और *Pb* (D) *Al, Cu* और *Pb*

**ANSWER : A**

25. The arrangement of  $X^-$  ions around  $A^+$  ion in solid AX is given in the figure (not drawn to scale). If the radius of  $X^-$  is  $250\text{ pm}$ , the radius of  $A^+$  is

- (A)  $104\text{ pm}$  (B)  $125\text{ pm}$  (C)  $183\text{ pm}$  (D)  $57\text{ pm}$



एक ठोस AX में  $A^+$  आयन पर  $X^-$  आयनों की व्यवस्था (सही मापसूचक में नहीं) चित्र में दी गई है। यदि  $X^-$  का अर्द्धव्यास  $250\text{ pm}$  है, तब  $A^+$  का अर्द्धव्यास होगा

- (A)  $104\text{ pm}$  (B)  $125\text{ pm}$  (C)  $183\text{ pm}$  (D)  $57\text{ pm}$

**ANSWER : A**

26. Upon treatment with ammoniacal  $H_2S$ , the metal ion that precipitates as a sulfide is

- (A)  $Fe(III)$  (B)  $Al(III)$   
(C)  $Mg(II)$  (D)  $Zn(II)$

एमोनिकल  $H_2S$  के साथ अभिक्रिया करने पर जिस धातु आयन का अवक्षेपण सल्फाइड के रूप में होता है, वह है

- (A)  $Fe(III)$  (B)  $Al(III)$   
(C)  $Mg(II)$  (D)  $Zn(II)$

**ANSWER : D**

27. The standard enthalpies of formation of  $CO_2(g)$ ,  $H_2O(l)$  and glucose(s) at 25 °C are  $-400 \text{ kJ/mol}$ ,  $-300 \text{ kJ/mol}$  and  $-1300 \text{ kJ/mol}$ , respectively. The standard enthalpy of combustion per gram of glucose at 25 °C is

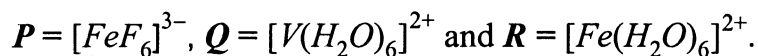
- (A)  $+2900 \text{ kJ}$  (B)  $-2900 \text{ kJ}$   
(C)  $-16.11 \text{ kJ}$  (D)  $+16.11 \text{ kJ}$

$CO_2(g)$ ,  $H_2O(l)$  तथा ग्लूकोस (ठोस) की विरचन मानक एंथैल्पीज 25 °C पर क्रमशः  $-400 \text{ kJ/मोल}$ ,  $-300 \text{ kJ/मोल}$  और  $-1300 \text{ kJ/मोल}$  है । प्रति ग्राम ग्लूकोस की 25 °C पर दहन मानक एंथैल्पी है

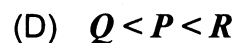
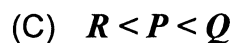
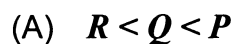
- (A)  $+2900 \text{ kJ}$  (B)  $-2900 \text{ kJ}$   
(C)  $-16.11 \text{ kJ}$  (D)  $+16.11 \text{ kJ}$

**ANSWER : C**

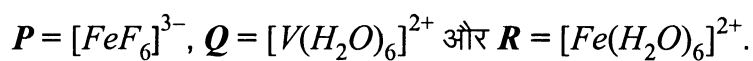
28. Consider the following complex ions,  $P$ ,  $Q$  and  $R$ .



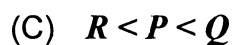
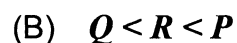
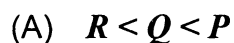
The correct order of the complex ions, according to their spin-only magnetic moment values (in  $B.M.$ ) is



निम्नलिखित संकुल आयनों  $P$ ,  $Q$  एवं  $R$  पर विचार कीजिए :

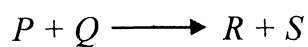


संकुल आयनों का सही क्रम उनके प्रचक्रण मात्र चुंबकीय आघूर्ण मान ( $B.M.$  में) के अनुसार है



**ANSWER : B**

29. In the reaction,



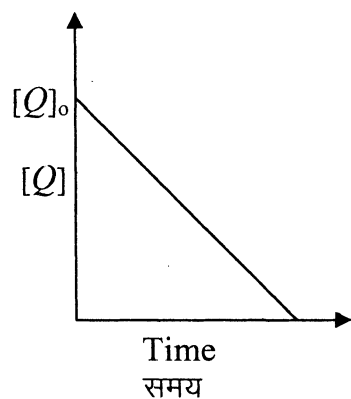
the time taken for 75% reaction of  $P$  is twice the time taken for 50% reaction of  $P$ . The concentration of  $Q$  varies with reaction time as shown in the figure. The overall order of the reaction is

(A) 2

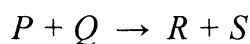
(B) 3

(C) 0

(D) 1



निम्न अभिक्रिया,



में  $P$  की 75% अभिक्रिया का समय  $P$  की 50% अभिक्रिया में लिए गए समय की तुलना में दोगुना है।  $Q$  की विभिन्न सांद्रता, अभिक्रिया समय अनुसार चित्र में दर्शाई गई है। इस अभिक्रिया की समस्त कोटि है

(A) 2

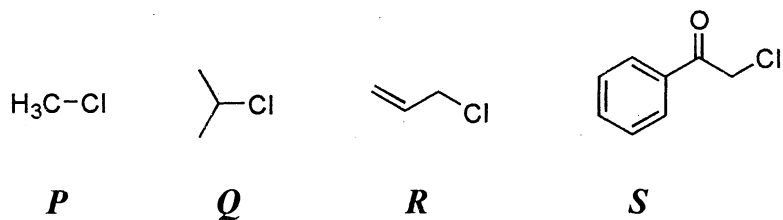
(B) 3

(C) 0

(D) 1

**ANSWER : D**

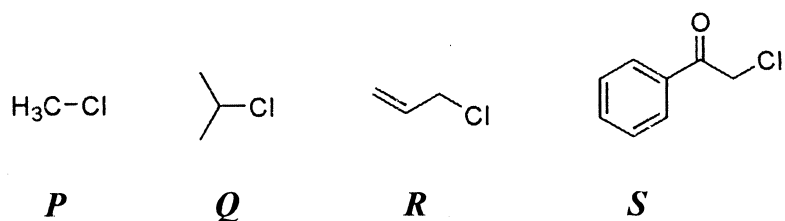
30.  $KI$  in acetone, undergoes  $S_N2$  reaction with each of  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  and  $S$ . The rates of the reaction vary as



- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| (A) $P > Q > R > S$ | (B) $S > P > R > Q$ |
| (C) $P > R > Q > S$ | (D) $R > P > S > Q$ |

एसिटोन में  $KI$  के विलयन की प्रत्येक  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  और  $S$  के साथ अलग-अलग  $S_N2$  अभिक्रिया होती है ।

इन अभिक्रिया की दरों के परिवर्तन का सही क्रम है



- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| (A) $P > Q > R > S$ | (B) $S > P > R > Q$ |
| (C) $P > R > Q > S$ | (D) $R > P > S > Q$ |

**ANSWER : B**

## SECTION – 2 : (One or more options correct Type)

## खण्ड – 2 : (एक या अधिक सही विकल्प प्रकार)

This section contains **5 multiple choice questions**. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONE or MORE** are correct.

इस खण्ड में 5 बहुविकल्प प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या अधिक सही हैं ।

31. The pair(s) of coordination complexes/ions exhibiting the same kind of isomerism is(are)

- (A)  $[Cr(NH_3)_5Cl]Cl_2$  and  $[Cr(NH_3)_4Cl_2]Cl$
- (B)  $[Co(NH_3)_4Cl_2]^+$  and  $[Pt(NH_3)_2(H_2O)Cl]^+$
- (C)  $[CoBr_2Cl_2]^{2-}$  and  $[PtBr_2Cl_2]^{2-}$
- (D)  $[Pt(NH_3)_3(NO_3)]Cl$  and  $[Pt(NH_3)_3Cl]Br$

उप-सहसंयोजक यौगिकों/आयन्स के युग्म समूह में जो एक ही प्रकार की समावयवता दर्शाते हैं, वह हैं

- (A)  $[Cr(NH_3)_5Cl]Cl_2$  और  $[Cr(NH_3)_4Cl_2]Cl$
- (B)  $[Co(NH_3)_4Cl_2]^+$  और  $[Pt(NH_3)_2(H_2O)Cl]^+$
- (C)  $[CoBr_2Cl_2]^{2-}$  और  $[PtBr_2Cl_2]^{2-}$
- (D)  $[Pt(NH_3)_3(NO_3)]Cl$  और  $[Pt(NH_3)_3Cl]Br$

**ANSWER : BD**

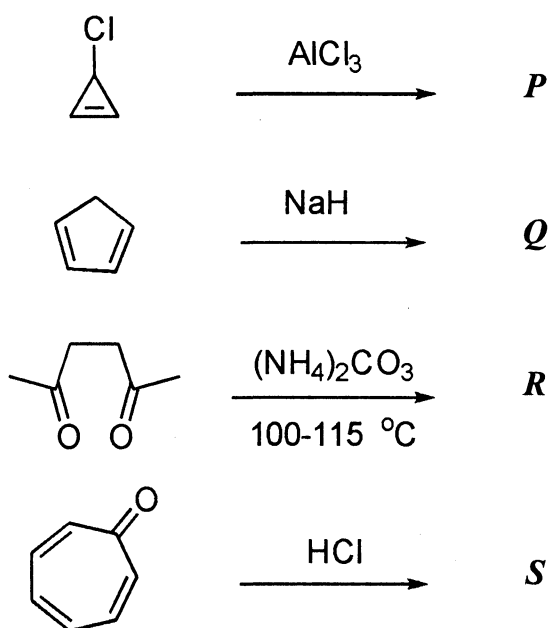
32. Among *P*, *Q*, *R* and *S*, the aromatic compound(s) is/are

(A) *P*

(B) *Q*

(C) *R*

(D) *S*



*P*, *Q*, *R* और *S* में ऐरोमैटिक यौगिक है/हैं

(A) *P*

(B) *Q*

(C) *R*

(D) *S*

ANSWER : ABCD

33. The hyperconjugative stabilities of tert-butyl cation and 2-butene, respectively, are due to

- (A)  $\sigma \rightarrow p$  (empty) and  $\sigma \rightarrow \pi^*$  electron delocalisations.
- (B)  $\sigma \rightarrow \sigma^*$  and  $\sigma \rightarrow \pi$  electron delocalisations.
- (C)  $\sigma \rightarrow p$  (filled) and  $\sigma \rightarrow \pi$  electron delocalisations.
- (D)  $p$  (filled)  $\rightarrow \sigma^*$  and  $\sigma \rightarrow \pi^*$  electron delocalisations.

tert-ब्यूटिल धनायन और 2-ब्यूटीन क्रमशः में अतिसंयुग्मन स्थिरता जिन कारणों से होती है, वे हैं

- (A)  $\sigma \rightarrow p$  (रिक्त) और  $\sigma \rightarrow \pi^*$  इलेक्ट्रॉन विस्थानीकरण
- (B)  $\sigma \rightarrow \sigma^*$  और  $\sigma \rightarrow \pi$  इलेक्ट्रॉन विस्थानीकरण
- (C)  $\sigma \rightarrow p$  (पूरित) और  $\sigma \rightarrow \pi$  इलेक्ट्रॉन विस्थानीकरण
- (D)  $p$  (पूरित)  $\rightarrow \sigma^*$  और  $\sigma \rightarrow \pi^*$  इलेक्ट्रॉन विस्थानीकरण

**ANSWER : A**

34. Benzene and naphthalene form an ideal solution at room temperature. For this process, the true statement(s) is(are)

- (A)  $\Delta G$  is positive (B)  $\Delta S_{\text{system}}$  is positive  
 (C)  $\Delta S_{\text{surroundings}} = 0$  (D)  $\Delta H = 0$

बेन्जीन और नेफ्थलीन साधारण तापमान पर एक आदर्श विलयन बनाते हैं। इस प्रक्रम के लिये सही कथन है (हैं)

- (A)  $\Delta G$  धनात्मक है। (B)  $\Delta S_{\text{(निकाय)}}$  धनात्मक है।  
 (C)  $\Delta S_{\text{(परिवेश)}} = 0$  (D)  $\Delta H = 0$

ANSWER : BCD

35. The initial rate of hydrolysis of methyl acetate (1M) by a weak acid (HA, 1M) is  $1/100^{\text{th}}$  of that of a strong acid (HX, 1M), at  $25^{\circ}\text{C}$ . The  $K_a$  of HA is

- (A)  $1 \times 10^{-4}$  (B)  $1 \times 10^{-5}$  (C)  $1 \times 10^{-6}$  (D)  $1 \times 10^{-3}$

मेथिल एसीटेट (1M) की दुर्बल अम्ल (HA, 1M) द्वारा जल अपघटन की प्रारंभिक दर  $25^{\circ}\text{C}$  पर प्रबल अम्ल (HX, 1M) की तुलना में  $1/100$  है। HA के  $K_a$  का मूल्यांकन है

- (A)  $1 \times 10^{-4}$  (B)  $1 \times 10^{-5}$  (C)  $1 \times 10^{-6}$  (D)  $1 \times 10^{-3}$

ANSWER : A

## SECTION – 3 : (Integer value correct Type)

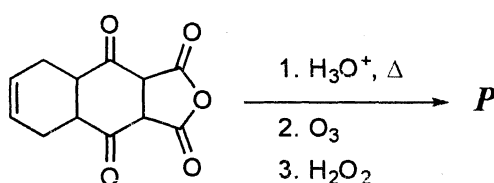
## खण्ड – 3 : (पूर्णांक मान सही प्रकार)

This section contains **5 questions**. The answer to each question is a **single digit integer**, ranging from 0 to 9 (*both inclusive*).

इस खण्ड में 5 प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एकल अंकीय पूर्णांक है ।

36. The total number of carboxylic acid groups in the product **P** is

उत्पाद **P** में कार्बोक्सिलिक अम्ल समूहों की कुल संख्या है



**ANSWER : 2**

37. A tetrapeptide has  $-COOH$  group on alanine. This produces glycine (Gly), valine (Val), phenyl alanine (Phe) and alanine (Ala), on complete hydrolysis. For this tetrapeptide, the number of possible sequences (primary structures) with  $-NH_2$  group attached to a chiral center is

एक टेट्रापेप्टाइड में एलानीन पर  $-COOH$  ग्रुप विद्यमान है । इसके संपूर्ण जल अपघटन द्वारा ग्लाइसिन (Gly), वैलीन (Val), फेनिल ऐलानिन (Phe) तथा ऐलानिन (Ala) प्राप्त होते हैं । इस टेट्रापेप्टाइड की संभावित शृंखलाओं (प्राथमिक संरचनाओं) की संख्या बताएँ जिनमें  $-NH_2$  ग्रुप किरल केंद्र के साथ आबंधित है ।

**ANSWER : 4**

38.  $EDTA^{4-}$  is ethylenediaminetetraacetate ion. The total number of  $N-Co-O$  bond angles in  $[Co(EDTA)]^{1-}$  complex ion is

$EDTA^{4-}$  एथिलीन डाइऐमीन टेट्राएसीटेट आयन है । संकुल आयन  $[Co(EDTA)]^{1-}$  में  $N-Co-O$  आबंध कोणों की कुल संख्या है

**ANSWER : 8**

39. The total number of lone-pairs of electrons in melamine is

मैलेमीन पर उपलब्ध इलेक्ट्रानों के एकाकी युग्मों की कुल संख्या है

**ANSWER : 6**

40. The atomic masses of  $He$  and  $Ne$  are 4 and 20  $a.m.u.$ , respectively. The value of the de Broglie wavelength of  $He$  gas at  $-73^\circ C$  is " $M$ " times that of the de Broglie wavelength of  $Ne$  at  $727^\circ C$ .  $M$  is

$He$  और  $Ne$  के परमाणु द्रव्यमान क्रमशः 4 और 20  $a.m.u.$  है ।  $He$  गैस की  $-73^\circ C$  पर दे ब्रॉग्ली तरंग लम्बाई  $Ne$  की  $727^\circ C$  पर दे ब्रॉग्ली तरंग लम्बाई से " $M$ " गुना है ।  $M$  का मान है

**ANSWER : 5**

## PART III : MATHEMATICS

### SECTION – 1 : (Only One option correct Type)

#### खण्ड – 1 : (केवल एक सही विकल्प प्रकार)

This section contains **10 multiple choice questions**. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONLY ONE** is correct.

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से केवल एक सही है ।

41. Let complex numbers  $\alpha$  and  $\frac{1}{\alpha}$  lie on circles  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$  and  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = 4r^2$ , respectively. If  $z_0 = x_0 + iy_0$  satisfies the equation  $2|z_0|^2 = r^2 + 2$ , then  $|\alpha| =$

- (A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{\sqrt{7}}$  (D)  $\frac{1}{3}$

माना कि सम्मिश्र संख्याएँ  $\alpha$  तथा  $\frac{1}{\alpha}$  क्रमशः वृत्त  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$  तथा  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = 4r^2$  पर स्थित हैं । यदि  $z_0 = x_0 + iy_0$  समीकरण  $2|z_0|^2 = r^2 + 2$  को सन्तुष्ट करता है, तब  $|\alpha| =$

- (A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{\sqrt{7}}$  (D)  $\frac{1}{3}$

ANSWER : C

42. Four persons independently solve a certain problem correctly with probabilities  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ . Then the probability that the problem is solved correctly by at least one of them is

(A)  $\frac{235}{256}$  (B)  $\frac{21}{256}$  (C)  $\frac{3}{256}$  (D)  $\frac{253}{256}$

चार व्यक्ति स्वतंत्रतया किसी एक समस्या को प्रायिकताओं  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$  के साथ ठीक हल करते हैं, तब समस्या के उनमें से कम से कम एक व्यक्ति द्वारा ठीक हल किये जाने की प्रायिकता है :

(A)  $\frac{235}{256}$  (B)  $\frac{21}{256}$  (C)  $\frac{3}{256}$  (D)  $\frac{253}{256}$

**ANSWER : A**

43. Let  $f: \left[\frac{1}{2}, 1\right] \rightarrow \mathbb{R}$  (the set of all real numbers) be a positive, non-constant and differentiable function such that  $f'(x) < 2f(x)$  and  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ . Then the value of

$$\int_{1/2}^1 f(x) dx \text{ lies in the interval}$$

- (A)  $(2e - 1, 2e)$  (B)  $(e - 1, 2e - 1)$   
(C)  $\left(\frac{e-1}{2}, e-1\right)$  (D)  $\left(0, \frac{e-1}{2}\right)$

माना कि  $f: \left[\frac{1}{2}, 1\right] \rightarrow \mathbb{R}$  (सभी वास्तविक संख्याओं का समुच्चय) एक धनात्मक, अचरेतर

तथा अवकलनीय फलन है जिसके लिये  $f'(x) < 2f(x)$  तथा  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$  है, तब  $\int_{1/2}^1 f(x) dx$

का मान निम्न अन्तराल में है :

- (A)  $(2e - 1, 2e)$  (B)  $(e - 1, 2e - 1)$   
(C)  $\left(\frac{e-1}{2}, e-1\right)$  (D)  $\left(0, \frac{e-1}{2}\right)$

**ANSWER : D**

44. The number of points in  $(-\infty, \infty)$ , for which  $x^2 - x \sin x - \cos x = 0$ , is  
(A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 0

$(-\infty, \infty)$  में बिन्दुओं की संख्या, जिनके लिए  $x^2 - x \sin x - \cos x = 0$ , है :

- (A) 6 (B) 4 (C) 2 (D) 0

**ANSWER : C**

45. The area enclosed by the curves  $y = \sin x + \cos x$  and  $y = |\cos x - \sin x|$  over the interval  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  is

(A)  $4(\sqrt{2} - 1)$  (B)  $2\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)$  (C)  $2(\sqrt{2} + 1)$  (D)  $2\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)$

अंतराल  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  पर वक्रों  $y = \sin x + \cos x$  तथा  $y = |\cos x - \sin x|$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल है:

(A)  $4(\sqrt{2} - 1)$  (B)  $2\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)$  (C)  $2(\sqrt{2} + 1)$  (D)  $2\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)$

**ANSWER : B**

46. A curve passes through the point  $\left(1, \frac{\pi}{6}\right)$ . Let the slope of the curve at each point

$(x, y)$  be  $\frac{y}{x} + \sec\left(\frac{y}{x}\right)$ ,  $x > 0$ . Then the equation of the curve is

(A)  $\sin\left(\frac{y}{x}\right) = \log x + \frac{1}{2}$

(B)  $\operatorname{cosec}\left(\frac{y}{x}\right) = \log x + 2$

(C)  $\sec\left(\frac{2y}{x}\right) = \log x + 2$

(D)  $\cos\left(\frac{2y}{x}\right) = \log x + \frac{1}{2}$

एक वक्र बिन्दु  $\left(1, \frac{\pi}{6}\right)$  से गुजरता है। माना कि प्रत्येक बिन्दु  $(x, y)$  पर वक्र की प्रवणता

$\frac{y}{x} + \sec\left(\frac{y}{x}\right)$ ,  $x > 0$  है, तब वक्र का समीकरण है :

(A)  $\sin\left(\frac{y}{x}\right) = \log x + \frac{1}{2}$

(B)  $\operatorname{cosec}\left(\frac{y}{x}\right) = \log x + 2$

(C)  $\sec\left(\frac{2y}{x}\right) = \log x + 2$

(D)  $\cos\left(\frac{2y}{x}\right) = \log x + \frac{1}{2}$

**ANSWER : A**

47. The value of  $\cot \left( \sum_{n=1}^{23} \cot^{-1} \left( 1 + \sum_{k=1}^n 2k \right) \right)$  is

- (A)  $\frac{23}{25}$  (B)  $\frac{25}{23}$  (C)  $\frac{23}{24}$  (D)  $\frac{24}{23}$

$\cot \left( \sum_{n=1}^{23} \cot^{-1} \left( 1 + \sum_{k=1}^n 2k \right) \right)$  का मान है :

- (A)  $\frac{23}{25}$  (B)  $\frac{25}{23}$  (C)  $\frac{23}{24}$  (D)  $\frac{24}{23}$

**ANSWER : B**

48. For  $a > b > c > 0$ , the distance between  $(1, 1)$  and the point of intersection of the lines  $ax + by + c = 0$  and  $bx + ay + c = 0$  is less than  $2\sqrt{2}$ . Then

- (A)  $a + b - c > 0$  (B)  $a - b + c < 0$   
(C)  $a - b + c > 0$  (D)  $a + b - c < 0$

$a > b > c > 0$  के लिए,  $(1, 1)$  तथा रेखाओं  $ax + by + c = 0$  व  $bx + ay + c = 0$  के प्रतिच्छेद बिन्दु के बीच की दूरी  $2\sqrt{2}$  से कम है, तब

- (A)  $a + b - c > 0$  (B)  $a - b + c < 0$   
(C)  $a - b + c > 0$  (D)  $a + b - c < 0$

**ANSWER : A or C or AC**

49. Perpendiculars are drawn from points on the line  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$  to the plane  $x + y + z = 3$ . The feet of perpendiculars lie on the line

(A)  $\frac{x}{5} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-2}{-13}$

(B)  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-5}$

(C)  $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-7}$

(D)  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z-2}{5}$

तल  $x + y + z = 3$  पर रेखा  $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$  पर स्थित बिन्दुओं से लम्ब डाले जाते हैं । लम्ब-पाद निम्न रेखा पर स्थित हैं :

(A)  $\frac{x}{5} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-2}{-13}$

(B)  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-5}$

(C)  $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-7}$

(D)  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z-2}{5}$

**ANSWER : D**

50. Let  $\vec{PR} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  and  $\vec{SQ} = \hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$  determine diagonals of a parallelogram  $PQRS$  and  $\vec{PT} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  be another vector. Then the volume of the parallelepiped determined by the vectors  $\vec{PT}$ ,  $\vec{PQ}$  and  $\vec{PS}$  is

(A) 5

(B) 20

(C) 10

(D) 30

माना कि  $\vec{PR} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  तथा  $\vec{SQ} = \hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$  एक समांतर चतुर्भुज  $PQRS$  के विकर्ण निर्धारित करते हैं और  $\vec{PT} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  एक अन्य सदिश है । तब सदिशों  $\vec{PT}$ ,  $\vec{PQ}$  तथा  $\vec{PS}$  द्वारा निर्धारित समांतर षट्फलक का आयतन है :

(A) 5

(B) 20

(C) 10

(D) 30

**ANSWER : C**

**SECTION – 2 : (One or more options correct Type)**

**खण्ड – 2 : (एक या अधिक सही विकल्प प्रकार)**

This section contains **5 multiple choice questions**. Each question has four choices (A), (B), (C) and (D) out of which **ONE or MORE** are correct.

इस खण्ड में 5 बहुविकल्प प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या अधिक सही हैं ।

51. Let  $S_n = \sum_{k=1}^{4n} (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} k^2$ . Then  $S_n$  can take value(s)

- (A) 1056 (B) 1088 (C) 1120 (D) 1332

माना कि  $S_n = \sum_{k=1}^{4n} (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} k^2$ , तब  $S_n$  निम्न मान ले सकता है :

- (A) 1056 (B) 1088 (C) 1120 (D) 1332

**ANSWER : AD**

52. For  $3 \times 3$  matrices  $M$  and  $N$ , which of the following statement(s) is (are) **NOT** correct ?

- (A)  $N^T M N$  is symmetric or skew symmetric, according as  $M$  is symmetric or skew symmetric
- (B)  $M N - N M$  is skew symmetric for all symmetric matrices  $M$  and  $N$
- (C)  $M N$  is symmetric for all symmetric matrices  $M$  and  $N$
- (D)  $(adj M) (adj N) = adj (M N)$  for all invertible matrices  $M$  and  $N$

$3 \times 3$  आव्यूहों  $M$  तथा  $N$  के लिए निम्न में से कौन प्रकथन सत्य **नहीं** है (हैं) ?

- (A)  $M$  के सममित या विषम-सममित होने के अनुसार  $N^T M N$  सममित या विषम-सममित है ।
- (B) सभी सममित आव्यूहों  $M$  तथा  $N$  के लिए  $M N - N M$  विषम-सममित है ।
- (C) सभी सममित आव्यूहों  $M$  तथा  $N$  के लिए  $M N$  सममित है ।
- (D) सभी व्युत्क्रमणीय आव्यूहों  $M$  तथा  $N$  के लिए  $(adj M) (adj N) = adj (M N)$  ।

**ANSWER : CD**

53. Let  $f(x) = x \sin \pi x, x > 0$ . Then for all natural numbers  $n, f'(x)$  vanishes at

- (A) a unique point in the interval  $\left(n, n + \frac{1}{2}\right)$
- (B) a unique point in the interval  $\left(n + \frac{1}{2}, n + 1\right)$
- (C) a unique point in the interval  $(n, n + 1)$
- (D) two points in the interval  $(n, n + 1)$

माना कि  $f(x) = x \sin \pi x, x > 0$ , तब सभी धन-पूर्णाकों  $n$  के लिए  $f'(x)$  निम्न पर शून्य होता है:

- (A) अंतराल  $\left(n, n + \frac{1}{2}\right)$  में एकमात्र एक बिन्दु पर
- (B) अंतराल  $\left(n + \frac{1}{2}, n + 1\right)$  में एकमात्र एक बिन्दु पर
- (C) अंतराल  $(n, n + 1)$  में एकमात्र एक बिन्दु पर
- (D) अंतराल  $(n, n + 1)$  में दो बिन्दुओं पर

**ANSWER : BC**

54. A rectangular sheet of fixed perimeter with sides having their lengths in the ratio 8 : 15 is converted into an open rectangular box by folding after removing squares of equal area from all four corners. If the total area of removed squares is 100, the resulting box has maximum volume. Then the lengths of the sides of the rectangular sheet are

(A) 24 (B) 32 (C) 45 (D) 60

एक निश्चित परिमाप की आयताकार चादर को, जिसकी भुजाओं की लम्बाइयाँ 8 : 15 के अनुपात में हैं, सभी चारों किनारों से समान क्षेत्रफल के वर्ग निकाल कर एक खुली आयताकार पेटी में परिवर्तित किया जाता है। यदि निकाले गये वर्गों का कुल क्षेत्रफल 100 है, तब परिणामी पेटी का आयतन महत्तम है। तब आयताकार चादर की भुजाओं की लम्बाइयाँ निम्न हैं :

(A) 24 (B) 32 (C) 45 (D) 60

ANSWER : AC

55. A line  $l$  passing through the origin is perpendicular to the lines

$$l_1 : (3 + t)\hat{i} + (-1 + 2t)\hat{j} + (4 + 2t)\hat{k}, -\infty < t < \infty$$

$$l_2 : (3 + 2s)\hat{i} + (3 + 2s)\hat{j} + (2 + s)\hat{k}, -\infty < s < \infty$$

Then, the coordinate(s) of the point(s) on  $l_2$  at a distance of  $\sqrt{17}$  from the point of intersection of  $l$  and  $l_1$  is (are)

(A)  $\left(\frac{7}{3}, \frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$  (B)  $(-1, -1, 0)$  (C)  $(1, 1, 1)$  (D)  $\left(\frac{7}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}\right)$

एक रेखा  $l$ , जो मूलबिन्दु से गुजरती है, रेखाओं

$$l_1 : (3 + t)\hat{i} + (-1 + 2t)\hat{j} + (4 + 2t)\hat{k}, -\infty < t < \infty$$

$$l_2 : (3 + 2s)\hat{i} + (3 + 2s)\hat{j} + (2 + s)\hat{k}, -\infty < s < \infty$$

पर लम्बवत है। तब,  $l_2$  पर स्थित बिन्दु (बिन्दुओं) के निर्देशांक, जो रेखाओं  $l$  तथा  $l_1$  के प्रतिच्छेद बिन्दु से  $\sqrt{17}$  की दूरी पर है (हैं), निम्न है (हैं) :

(A)  $\left(\frac{7}{3}, \frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$  (B)  $(-1, -1, 0)$  (C)  $(1, 1, 1)$  (D)  $\left(\frac{7}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}\right)$

ANSWER : BD

**SECTION – 3 : (Integer value correct Type)**

**खण्ड – 3 : (पूर्णांक मान सही प्रकार)**

This section contains **5 questions**. The answer to each question is a **single digit integer**, ranging from 0 to 9 (*both inclusive*).

इस खण्ड में 5 प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एकल अंकीय पूर्णांक है ।

56. The coefficients of three consecutive terms of  $(1+x)^{n+5}$  are in the ratio 5 : 10 : 14. Then  $n =$

$(1+x)^{n+5}$  के तीन क्रमागत पदों के गुणांक 5 : 10 : 14 के अनुपात में हैं । तब,  $n =$

**ANSWER : 6**

57. A pack contains  $n$  cards numbered from 1 to  $n$ . Two consecutive numbered cards are removed from the pack and the sum of the numbers on the remaining cards is 1224. If the smaller of the numbers on the removed cards is  $k$ , then  $k - 20 =$

एक गड्डी में  $n$  कार्ड हैं जो संख्याओं 1 से  $n$  द्वारा चिन्हित हैं । दो क्रमागत संख्याओं वाले कार्ड गड्डी से निकाल दिये जाते हैं और अवशिष्ट कार्डों की संख्याओं का योग 1224 है । यदि निकाले गए कार्डों की चिन्हित संख्याओं में से लघुतर संख्या  $k$  है, तब  $k - 20 =$

**ANSWER : 5**

58. Of the three independent events  $E_1$ ,  $E_2$  and  $E_3$ , the probability that only  $E_1$  occurs is  $\alpha$ , only  $E_2$  occurs is  $\beta$  and only  $E_3$  occurs is  $\gamma$ . Let the probability  $p$  that none of events  $E_1$ ,  $E_2$  or  $E_3$  occurs satisfy the equations  $(\alpha - 2\beta)p = \alpha\beta$  and  $(\beta - 3\gamma)p = 2\beta\gamma$ .

All the given probabilities are assumed to lie in the interval  $(0, 1)$ .

$$\text{Then } \frac{\text{Probability of occurrence of } E_1}{\text{Probability of occurrence of } E_3} =$$

तीन स्वतंत्र घटनाओं  $E_1, E_2$  तथा  $E_3$  में से केवल  $E_1$  के घटने की प्रायिकता  $\alpha$  है, केवल  $E_2$  के घटने की प्रायिकता  $\beta$  है तथा केवल  $E_3$  के घटने की प्रायिकता  $\gamma$  है। माना कि घटनाओं  $E_1, E_2$  या  $E_3$  में से किसी के भी न घटने की प्रायिकता  $p$ , समीकरणों  $(\alpha - 2\beta)p = \alpha\beta$  तथा  $(\beta - 3\gamma)p = 2\beta\gamma$  को सन्तुष्ट करती है। सभी प्रायिकताएँ अन्तराल  $(0, 1)$  में स्थित मानी जाती हैं, तब

$$\frac{E_1 \text{ के घटने की प्रायिकता}}{E_3 \text{ के घटने की प्रायिकता}} =$$

**ANSWER : 6**

59. A vertical line passing through the point  $(h, 0)$  intersects the ellipse  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  at the points  $P$  and  $Q$ . Let the tangents to the ellipse at  $P$  and  $Q$  meet at the point  $R$ .

If  $\Delta(h) = \text{area of the triangle } PQR$ ,  $\Delta_1 = \max_{1/2 \leq h \leq 1} \Delta(h)$  and  $\Delta_2 = \min_{1/2 \leq h \leq 1} \Delta(h)$ , then

$$\frac{8}{\sqrt{5}} \Delta_1 - 8\Delta_2 =$$

बिन्दु  $(h, 0)$  से गुजरने वाली एक ऊर्ध्वाधर रेखा दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  को बिन्दुओं  $P$  तथा  $Q$  पर काटती है। माना कि बिन्दुओं  $P$  तथा  $Q$  पर दीर्घवृत्त की स्पर्शरेखाएँ बिन्दु  $R$  पर मिलती

हैं। यदि  $\Delta(h) = \text{त्रिभुज } PQR \text{ का क्षेत्रफल}$ ,  $\Delta_1 = \max_{1/2 \leq h \leq 1} \Delta(h)$  और  $\Delta_2 = \min_{1/2 \leq h \leq 1} \Delta(h)$

$$\text{है, तब } \frac{8}{\sqrt{5}} \Delta_1 - 8\Delta_2 =$$

**ANSWER : 9**

60. Consider the set of eight vectors  $V = \{a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k} : a, b, c \in \{-1, 1\}\}$ . Three non-coplanar vectors can be chosen from  $V$  in  $2^p$  ways. Then  $p$  is

आठ सदिशों का सम्मुच्चय  $V = \{a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k} : a, b, c \in \{-1, 1\}\}$  लीजिये।  $V$  से तीन असमतलीय सदिश  $2^p$  प्रकार से चुने जा सकते हैं। तब  $p$  का मान है :

**ANSWER : 5**